

Σχολικό έτος 2012-2013 Ερευνητική εργασία Α λυκείου |
Α τετράμηνο



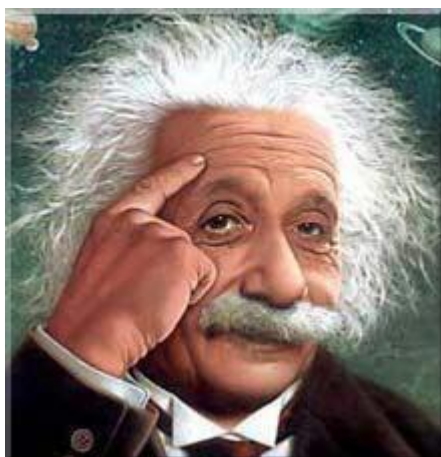
ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΣΚΥΔΡΑΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΕΨΗ

Υπεύθυνη καθηγήτρια : Τσεμπερλίδου Χρυσούλα _Μαθηματικός

Πίνακας περιεχομένων

Ερευνητικά ερωτήματα-σκοπός –στόχοι	σελ.3
Μαθητές που συμμετείχαν στην παρούσα ερευνητική εργασία ανά ομάδα.....	σελ.4
ΥΠΟΘΕΜΑ 1 : Fermat-Pascal και η σχέση τους με τις πιθανότητες.....	σελ.5
ΥΠΟΘΕΜΑ 2: Βιολογία και πιθανότητες –Mendel.....	σελ.8
ΥΠΟΘΕΜΑ 3: Τα Μαθηματικά στην υπηρεσία του καιρού... Μετεωρολογία.....	σελ.13
ΥΠΟΘΕΜΑ 4:Θεωρία Παιγνίων.....	σελ.18
Ερωτηματολόγιο Ερευνητικής Εργασίας	σελ.24
Συμπεράσματα	σελ.34
Βιβλιογραφία/Πηγές.....	σελ.35



Ερευνητικά ερωτήματα-σκοπός -στόχοι



Ο σκοπός της ερευνητικής εργασίας "Μαθηματικά και Πρόβλεψη" είναι να απαντήσουμε στο ερώτημα αν τα μαθηματικά μπορούν να προβλέψουν το μέλλον. Ασχοληθήκαμε με πολλά υποερωτήματα αλλά και με διάφορες δραστηριότητες για να βρούμε πληροφορίες ώστε να καταλάβουμε, με ποιον τρόπο τα μαθηματικά σχετίζονται με τον κόσμο γύρω μας. Κάποια από τα ερωτήματα μας, στα οποία προσπαθήσαμε να απαντήσουμε:

- Τα μαθηματικά μπορούν να προβλέψουν το μέλλον;
- Ποια είναι η ιστορία των παιγνίων και από ποιους ξεκίνησε ;
- Πώς τα μαθηματικά σχετίζονται με την μετεωρολογία ;
- Τι είναι καιρός ;
- Τι είναι μετεωρολογία ;
- Τι είναι πρόγνωση καιρού ;
- Υπάρχει απεριόριστο ή περιορισμένου εύρους χρονικό διάστημα στο οποίο μπορούμε να κάνουμε πρόγνωση ;
- Γιατί η πρόγνωση είναι αναγκαία στην ζωή μας και σε ποιούς τομείς ;
- Υπήρχε πρόγνωση στην αρχαία Ελλάδα ;
- Τι γνωρίζουμε για την θεωρία παιγνίων;
- Τι είναι το Monty hall problem;
- Ποιος ήταν ο Μέντελ και ποιά η έρευνά του ;
- Ποιοι είναι οι πιο σημαντικοί ερευνητές στην θεωρία παιγνίων ;
- Πως σχετίζονται τα μαθηματικά με την κληρονομικότητα;
- Τι είναι θεωρία παιγνίων ;
- Ποιος ήταν ο Δασκαλάκης και ποια η σχέση του με την θεωρία παιγνίων ;
- Σε ποιους τομείς εφαρμόζεται η θεωρία παιγνίων ;
- Ποια είναι η άποψη άλλων μαθητών με τα Μαθηματικά;

Μαθητές που συμμετείχαν στην παρούσα ερευνητική εργασία ανά ομάδα

Ομάδα Ευκλείδης

1. Πέγιου Χριστίνα Α'3
2. Αδαμίδου Μαράια Α'4
3. Τζέκας Γιώργος Α'3
4. Νικολαΐδης Ραφαήλ Α'3
5. Τσίπκας Δημήτρης Α'4

Ομάδα Αριστοτέλης

6. Σχοινάς Γιάννης Α'3
7. Αγγελή Μαρία Α'1
8. Μαραντίδου Νίκη Α'2
9. Μπαλανίκας Στέφανος Α'3
10. Παναγιωτακόπουλος Βασίλης Α'3

Ομάδα Αρχιμήδης

11. Τσιτάλη Σοφία Α'5
12. Τζαφέρι Νίκος Α'5
13. Ευθυμιάδου Κατερίνα Α'2
14. Νικολαΐδης Ανέστης Α'2
15. Σισμανίδης Στέφανος Α'3

Fermat-Pascal και η σχέση τους με τις πιθανότητες

Υπάρχει σε πολλούς η εντύπωση ότι το κύριο κίνητρο για την ανάπτυξη της θεωρίας των πιθανοτήτων προήλθε από το ενδιαφέρον του ανθρώπου για τα τυχερά παιχνίδια. Σημαντική μάλιστα ώθηση στην ανάπτυξη του κλάδου αυτού των Μαθηματικών αποτέλεσε η γόνιμη αλληλογραφία που αναπτύχθηκε ανάμεσα στους Pascal και Fermat το 17^ο αιώνα με αφορμή διάφορα προβλήματα που προέκυψαν από την ενασχόληση του ανθρώπου με τα τυχερά παιχνίδια.

Ο **Πιέρ ντε Φερμά** (γαλλ. Pierre de Fermat) ήταν Γάλλος νομικός στο κοινοβούλιο της Τουλούζης και ερασιτέχνης μαθηματικός με μεγάλη συμβολή στην ανάπτυξη του απειροστικού λογισμού. Ειδικότερα είναι γνωστός για την ανακάλυψη μιας πρωτότυπης μεθόδου υπολογισμού των ελάχιστων και μέγιστων σημείων σε καμπύλες γραμμές, η οποία είναι ανάλογη με τον τότε ακόμα άγνωστο διαφορικό λογισμό. Επίσης είναι γνωστός και για τις έρευνές του για στην θεωρία των αριθμών, την αναλυτική γεωμετρία, την θεωρία πιθανοτήτων και την οπτική.



Pierre de Fermat

Κυρίως όμως είναι γνωστός για το τελευταίο θεώρημα του Φερμά, το οποίο περιέγραψε σε μια μικρή σημείωση στο βιβλίο Αριθμητικά του Διόφαντου.

Δεν είναι γνωστές πολλές λεπτομέρειες σχετικά με τα πρώτα στάδια της μόρφωσής του. Πιθανόν να έλαβε τη στοιχειώδη εκπαίδευση στο μοναστήρι των Φραγκισκανών "Grandsl ve" που βρισκόταν στην περιοχή της γενέτειράς του.

Ολοκληρώνοντας τις βασικές σπουδές του γράφτηκε αρχικά στο Πανεπιστήμιο της Τουλούζης και στην συνέχεια στο Πανεπιστήμιο του Μπορντώ (περίπου το δεύτερο ήμισυ του 1620). Εκεί άρχισε το 1629 τις πρώτες του έρευνες επί των μαθηματικών, όταν έδωσε σε ένα μαθηματικό ένα αντίγραφο του Plane Loci του Απολλωνίου το οποίο είχε αποκαταστήσει. Την ίδια περίοδο, επίσης, συνέγραψε αρκετά κείμενα σχετικά με το μέγιστο και το ελάχιστο των συναρτήσεων, τα οποία έδωσε στον Ετιέν ντ' Εσπανιέ (Étienne d'Espagnet), λάτρη των μαθηματικών και γιο του προέδρου του Κοινοβουλίου του Μπορντώ που είχε τα ίδια ενδιαφέροντα με αυτόν και είχε δημιουργήσει ένα μικρό κύκλο με τους Φιλόν (Philon) και Πραντ (Prades), τους οποίους μνημονεύει ο Φερμά στην αλληλογραφία του.

Μέσω της αλληλογραφίας του με τον Πασκάλ, έθεσαν, το 1664, τα βασικά θεμέλια της θεωρίας των πιθανοτήτων. Στον Φερμά επίσης αποδίδεται και η πρώτος

Μαθηματικά και πρόβλεψη

ακριβής υπολογισμός πιθανότητας: Ένας επαγγελματίας παίκτης τον ρώτησε γιατί αν στοιχημάτιζε πως σε τέσσερις ρίψεις ενός ζαριού θα ερχόταν μια φορά τουλάχιστον το 6 κέρδιζε σε βάθος χρόνου, ενώ αν στοιχημάτιζε ότι θα έρχονταν τουλάχιστον μια φορά "εξάρεις" σε 24 ταυτόχρονες ρίψεις δύο ζαριών έχανε. Ο Φερμά απέδειξε ότι αυτός ήταν ο κανόνας βάσει των μαθηματικών.

Μαζί με τον Ρενέ Ντεκάρτ ο Φερμά θεωρείται ένας από τους δύο κορυφαίους μαθηματικούς του 17ου αιώνα. Σύμφωνα με τον συγγραφέα Πίτερ Μπερνστάιν (Peter L. Bernstein) στο βιβλίο του *Against the Gods* (Ενάντια στους Θεούς) ο Φερμά ήταν μαθηματικός σπάνιας νοητικής δύναμης: Αναδείχτηκε σε θεμελιωτή της Αναλυτικής Γεωμετρίας, συνέβαλε στην αρχική διαμόρφωση του ολοκληρωτικού λογισμού έκανε έρευνες επί του "βάρους της Γης" και εργάστηκε επί της Οπτικής και της διάθλασης του φωτός. Στην εκτεταμένη αλληλογραφία του με τον Πασκάλ θέτουν από κοινού τη βάση της θεωρίας πιθανοτήτων. Όμως, το σημαντικότερο επίτευγμά του σημειώνεται στη θεωρία των αριθμών.

Ο **Μπλεζ Πασκάλ** (γαλλ.: Blaise Pascal, 19 Ιουνίου 1623-19 Αυγούστου 1662) ήταν γάλλος μαθηματικός, φυσικός, συγγραφέας και φιλόσοφος.

Γεννήθηκε στο Κλερμόν-Φεράν το 1623. Ο Μπλεζ Πασκάλ ήταν έναν παιδί θαύμα. Η μητέρα του πέθανε όταν ήταν τριών μόλις χρονών, και λίγο αργότερα, ο πατέρας του Πασκάλ, Ετιέν Πασκάλ, ένας πλούσιος φοροεισπράκτορας και παθιασμένος ερασιτέχνης μαθηματικός, μετακόμισε από το Κλερμόν, στο Παρίσι, όπου προσωπικά επέβλεψε την κατ' οίκον εκπαίδευση του υιού του. Ο Ετιέν είχε



Blaise Pascal

κάποιες παράξενες απόψεις. Αποφάσισε πως ο γιος του Μπλεζ, δεν έπρεπε να διδαχτεί μαθηματικά πριν από τα 15 του χρόνια, και γι' αυτό τον λόγο απομάκρυνε κάθε είδους μαθηματικό εγχειρίδιο από το σπίτι στο οποίο διέμεναν. Όμως το μόνο που κατάφερε με όλη αυτή την κίνηση ήταν να εξάψει την περιέργεια του νεαρού Μπλεζ για το απαγορευμένο αντικείμενο. Έτσι ο Πασκάλ άρχισε να μελετά γεωμετρία σε ηλικία δώδεκα ετών.

Ανακάλυψε μόνος του ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου ισούται με δύο ορθές γωνίες και όταν ο πατέρας του, Ετιέν, είδε τα επιτεύγματα του γιου του, εντυπωσιάστηκε τόσο ώστε να αποφασίσει να άρει την απόφασή του, και να επιτρέψει στο γιο τη μελέτη μαθηματικών κειμένων, αρχίζοντας με το κλασσικό έργο "Στοιχεία" του Ευκλείδη. Άρχισε επίσης να πηγαίνει, τον προφανώς χαρισματικό Μπλεζ στις συναντήσεις της Ακαδημίας του Μερσέν, μια από τις πολλές ημιεπίσημες ομάδες μαθηματικών και επιστημόνων στο Παρίσι, οι οποίες οδήγησαν στη ίδρυση της Βασιλικής Ακαδημίας Επιστημών το 1666. Στα 16 του χρόνια ανέπτυξε σε μια πραγματεία περί κωνικών τομών το

θεώρημα που φέρει το όνομά του.

Από το 1641 και για περίπου 3 χρόνια εργάστηκε για την κατασκευή μιας αριθμομηχανής που μπορούσε να κάνει πρόσθεση και αφαίρεση που ονομάστηκε «Πασκαλίνα». Παρόλη την ενασχόλησή του, δεν πέτυχε ως επιχειρηματίας αριθμομηχανών: η μηχανή του δεν έκανε μεγάλες πωλήσεις και, τελικά, σταμάτησε να παράγεται. Το 1647 ανακάλυψε την αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων και τη χρήση τού βαρομέτρου για τη μέτρηση του υψομέτρου. Με την εργασία του *Traité du triangle arithmétique*, που δημοσιεύτηκε το 1654, έθεσε τις βάσεις για τη Συνδυαστική και το Λογισμό των Πιθανοτήτων

Επίσης μια από τις πιο γνωστές μαθηματικές μελέτες του είναι αυτό που ονομάζουμε "τρίγωνο του Πασκάλ" ή απλούστερα "αριθμητικό τρίγωνο". Το τρίγωνο αυτό σχηματίζεται ως εξής: Αρχικά γράφουμε τον αριθμό 1. Κάτω από τον αριθμό 1, δεξιά και αριστερά του, τοποθετούμε πάλι τον αριθμό 1. Στην τρίτη σειρά, τοποθετούμε στα άκρα τον αριθμό 1 αυξάνοντας την απόσταση όμως μεταξύ των αριθμών. Στο μέσο τους γράφουμε τον αριθμό που προκύπτει από το άθροισμα των παρακείμενων αριθμών της προηγούμενης σειράς, δηλαδή $1+1=2$. Με τον ίδιο τρόπο συμπληρώνουμε και τις επόμενες σειρές.

Από μία σύγχρονη οπτική, το Τρίγωνο του Πασκάλ φαίνεται να είναι μαθηματικώς απλό και το ίδιο ισχύει και για πολλές ενδιαφέρουσες ιδιότητες που όπως ανακάλυψε ο Πασκάλ συσχετίζουν τους αριθμούς του τριγώνου. Η σπουδαιότητα του τριγώνου όμως διαφαίνεται και αλλού: Εντούτοις αποδείχτηκε ότι το τρίγωνο είναι ιδιαίτερα σημαντικό στη στοιχειώδη άλγεβρα και στη θεωρία πιθανοτήτων, καθώς τα στοιχεία κάθε γραμμής δίνουν τους περίφημους δυωνυμικούς συντελεστές οι οποίοι εμφανίζονται στο ανάπτυγμα της έκφρασης $(a+b)^n$. Αξίζει να προσθέσουμε πως αν και ο Πασκάλ ήταν πολύ έξυπνος, δεν απέκτησε ποτέ ακαδημαϊκή καριέρα σε κάποιο πανεπιστήμιο.

Κάποια από τα έργα του, τα οποία μεταφράστηκαν στα ελληνικά είναι:

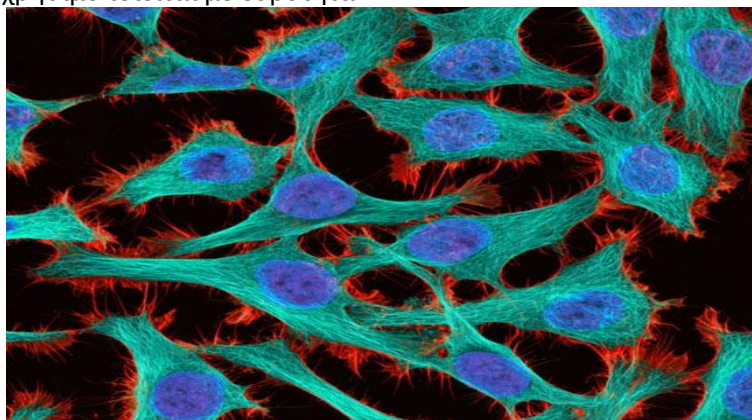
- Σκέψεις
- Στοχασμοί
- Η τέχνη της πειθούς
- Τα πάθη του έρωτα
- Η αθλιότητα του ανθρώπου κ' άλλες σκέψεις.

Βιολογία και πιθανότητες -Mendel

Βιολογία ονομάζουμε την επιστήμη που εξετάζει και διερευνά το φαινόμενο της ζωής. Η βιολογία ασχολείται με το σύνολο των ζωντανών οργανισμών (άνθρωπος, ζώα, φυτά) και μελετά σε βάθος όλα τα επίπεδα οργάνωσης της ζωντανής ύλης και τους νόμους που τα διέπουν. Με την στενή της έννοια εξετάζει μόνο τα προβλήματα της αναπαραγωγής και της αύξησης των οργανισμών. Εξετάζει λοιπόν τη μορφή, την ανάπτυξη, τη λειτουργία και τον πολλαπλασιασμό των κυττάρων. Ο όρος βιολογία χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά τον 18ο αι., αλλά τα βιολογικά προβλήματα αποτελούσαν ήδη από αιώνες αντικείμενο συζητήσεων. Για πρώτη φορά αναπτύχθηκε αυτή η επιστήμη στην Ελλάδα. Τα πρώτα θεμέλια της τα έθεσε ο Ιπποκράτης (5ος -4ος αι.) και στη συνέχεια ο Αριστοτέλης, ο Θεόφραστος και ο Γαληνός.

Ο Μεσαίωνας ήταν στείρα εποχή από άποψη βιολογικής έρευνας. Μετά τη μεσαιωνική στασιμότητα όμως, άρχισε πάλι κατά την Αναγέννηση, να αναπτύσσεται η Βιολογία. Πολλοί διαπρεπείς επιστήμονες έβαλαν τις βάσεις για την έρευνα και η επιστήμη αυτή εξελίχτηκε γρήγορα, ιδίως κατά τον 19ο αι. Από τότε με τη βοήθεια των σύγχρονων ανακαλύψεων της φυσικής και της ιατρικής έφτασε σε ζηλευτά επίπεδα και κάθε μέρα αναπτύσσεται. Στα επιστημονικά εργαστήρια, διάφοροι ερευνητές ερευνούν βοηθούμενοι από τις σύγχρονες εφευρέσεις και μέσα να ανακαλύψουν τα μυστικά της ζωής.

Χρησιμοποιούν ως μεθόδους επιστημονικής έρευνας τον πειραματισμό και τη στατιστική. Η στατιστική, που χρησιμοποιεί και το στοιχείο της πιθανότητας, χρησιμοποιείται με ευρύτητα.



ΚΛΗΡΟΝΟΜΙΚΟΤΗΤΑ:

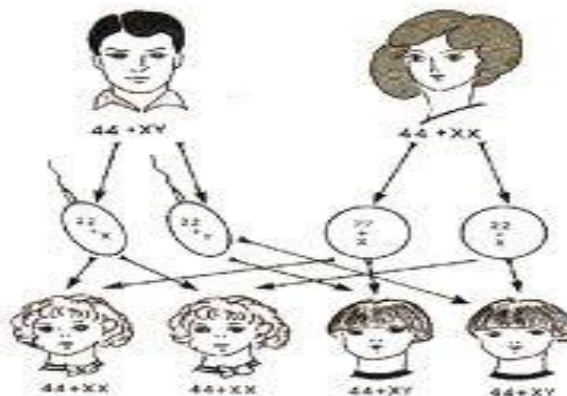
Κληρονομικότητα ονομάζεται η μεταβίβαση των φυσικών και πνευματικών ιδιοτήτων ενός ανθρώπου στους απογόνους του, δια μέσου των γεννητικών κυττάρων.

Ο άνθρωπος από πολύ παλιά είχε δείξει ενδιαφέρον και προβληματισμό για τα χαρακτηριστικά και τις ιδιότητες που φαίνονται κοινά σε γονείς, προγόνους και απογόνους. Με τις γνώσεις που είχε τότε προσπάθησε να εξηγήσει την κληρονομικότητα.

Η κληρονομικότητα διατηρεί το άτομο στην αρχική του μορφή, μπορεί όμως το περιβάλλον να το μεταβάλει σημαντικά και να δημιουργήσει νέους χαρακτήρες, ονομαζόμενους επίκτητους χαρακτήρες.

Μαθηματικά και πρόβλεψη

Η κληρονομικότητα διακρίνεται σε γενική και ειδική. Η ειδική κληρονομικότητα προσελκύει μεγάλο ενδιαφέρον εξαιτίας των διασταυρώσεων. Πάνω σε αυτή διατύπωσε πρώτος ορισμένους νόμους ο Μέντελ.



Gregor Mendel:

Ο Gregor Mendel γεννήθηκε το 1822 και πέθανε το 1884. Αυστριακός βοτανολόγος και κληρικός. Από παιδί ασχολήθηκε με την καλλιέργεια της γης. Προσπάθησε να ξεφύγει από την μεγάλη φτώχεια στην οποία ζούσε στο σημερινό τμήμα της Τσεχίας, πηγαίνοντας να σπουδάσει στο πανεπιστήμιο Φυσικές Επιστήμες.

Διορίστηκε αναπληρωματικός καθηγητής στο Λύκειο της πόλης Μπρύν και παράλληλα ήταν μοναχός στο Αυγουστινιανό μοναστήρι του Μπρύν. Εκεί ασχολήθηκε με την καλλιέργεια των φυτών (μπιζέλια) και δημιούργησε ένα θερμοκήπιο για πειραματική μελέτη. Η εργασία του πάνω στο μοσχομπίζελο, μετά από ακριβείς μετρήσεις και στατιστικές αναλύσεις, τον οδήγησε στην ανακάλυψη των μηχανισμών της κληρονομικότητας.



Gregor Johann Mendel

Ύστερα από εννέα χρόνια προσεκτικών διασταυρώσεων οδηγήθηκε στην ανάλυση της μεταβίβασης ξεχωριστών <<παραγόντων>> στους απογόνους, παρόλο που δεν ήξερε πως περνούσε η πληροφορία με τη φυσική έννοια. Με βάση τις παρατηρήσεις που έκανε διατύπωσε ορισμένα συμπεράσματα, τα οποία τα δημοσίευσε το 1865 σ' ένα υπόμνημά

Μαθηματικά και πρόβλεψη

του, δυστυχώς όμως πέρασαν απαρατήρητα. Πολλοί λίγοι κατανόησαν ότι παρουσίαζε και βασικές αρχές που εφαρμόζονταν πέρα από τα μπιζέλια. Ο Mendel έστειλε τα αποτελέσματά του στον Karl Willhem von Nageli, ένα σημαντικό Ελβετό βοτανικό, ο οποίος δεν τα θεώρησε σημαντικά. Απογοητευμένος ο Mendel ξαναδημοσίευσε νέα αποτελέσματα το 1869, τα οποία πάλι αγνοήθηκαν. Αποκαρδιωμένος εγκατέλειψε για πάντα τα πειράματά του και ασχολήθηκε με τη διοίκηση του μοναστηριού έως τον θάνατό του.

Γύρω στο 1900 οι βοτανικοί Hugo de Vries στην Ολλανδία, Carl Correns στη Γερμανία και Erich von Tschermak στην Αυστρία διάβασαν τις δημοσιεύσεις του Mendel και κατάλαβαν την αξία τους, καθώς και οι ίδιοι είχαν καταλήξει σε παρόμοια πειραματικά αποτελέσματα, πειραματιζόμενοι ο ένας ανεξάρτητα από τον άλλον. Οι θεωρίες του Mendel έγιναν περισσότερο αποδεκτές τα επόμενα χρόνια, όταν αποκαλύφθηκε από τον Walter Sutton ο ρόλος των χρωμοσωμάτων στην κληρονομικότητα. Ο Gregor Mendel δικαιώθηκε μετά τον θάνατό του και σήμερα θεωρείται ο πατέρας της γενετικής. Προς τιμήν του ονόμασαν τα συμπεράσματά του 'Νόμοι του Mendel'.

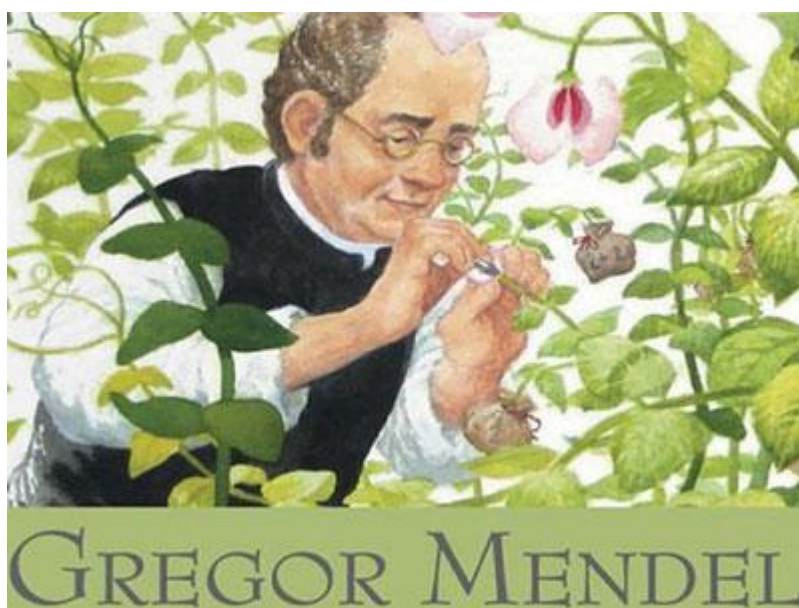


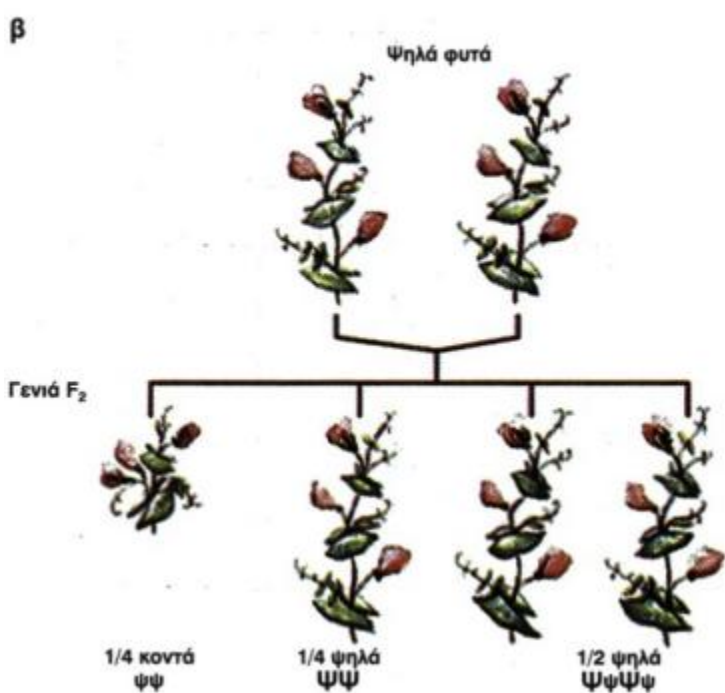
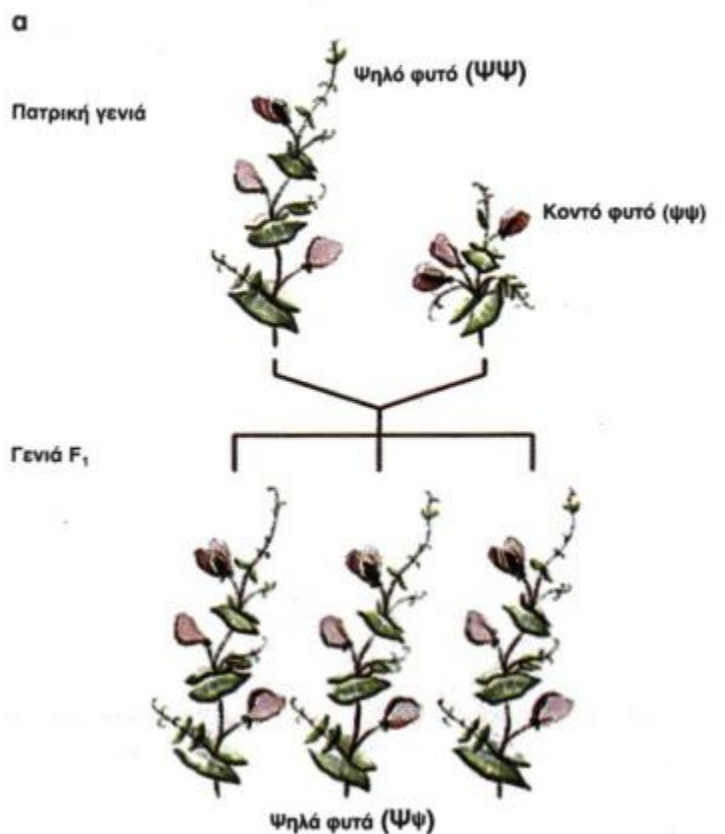
Νόμοι του Mendel:

Ο Mendel μελέτησε εκτεταμένα τον τρόπο με τον οποίο κληρονομούνται τα χαρακτηριστικά των οργανισμών. Χρησιμοποίησε για τα πειράματά του το μωσχομπίζελο, οι νόμοι όμως στους οποίους κατέληξε ισχύουν για όλους τους διπλοειδείς οργανισμούς. Οι μεντελικόι νόμοι είναι απορία στατιστικών ερευνών. Οι νόμοι αυτοί αναφέρουν:

Μαθηματικά και πρόβλεψη

1. Τα άτομα που προέρχονται από διασταύρωση ομόζυγων γονέων οι οποίοι διαφέρουν σε ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά είναι ομοιόμορφα μεταξύ τους ως προς τα χαρακτηριστικά αυτά. Δηλαδή αν διασταυρωθούν δύο αντιπρόσωποι που ο ένας έχει ένα γνώρισμα A και ο άλλος B, οι απόγονοι που θα γεννηθούν από αυτούς θα έχουν το γνώρισμα A ή το B. Πάντως θα είναι όλα όμοια μεταξύ τους.
2. Όταν διασταυρώνουμε ετερόζυγα άτομα, επανεμφανίζονται στους απογόνους τους τα χαρακτηριστικά των γονέων τους με καθορισμένη σημασία. Δηλαδή αν διασταυρωθούν οι όμοιοι απόγονοι που προήλθαν απ' τη διασταύρωση του A και B τότε στη νέα θυγατρική γενιά θα υπάρχουν απόγονοι με διαχωρισμένα τα δύο γνώρισμα και μάλιστα με αναλογία 25% το A, 50% το AB (και τα δύο) και 25% το B.
3. Αν οι διασταυρούμενοι γονείς έχουν ανά δύο ή περισσότερα διαφορετικά χαρακτηριστικά τότε αυτά κληρονομούνται στους απογόνους τους ανεξάρτητα μεταξύ τους, συνδυάζονται λοιπόν ελεύθερα. Δηλαδή αν οι διασταυρούμενοι έχουν ο μιν τα χαρακτηριστικά A και B και ο άλλος τα χαρακτηριστικά Γ και Δ τότε τα χαρακτηριστικά A-B και Γ-Δ δεν συγκληρονομούνται αλλά μπορούν ν' αποχωριστούν το A από το B και το Γ από το Δ.





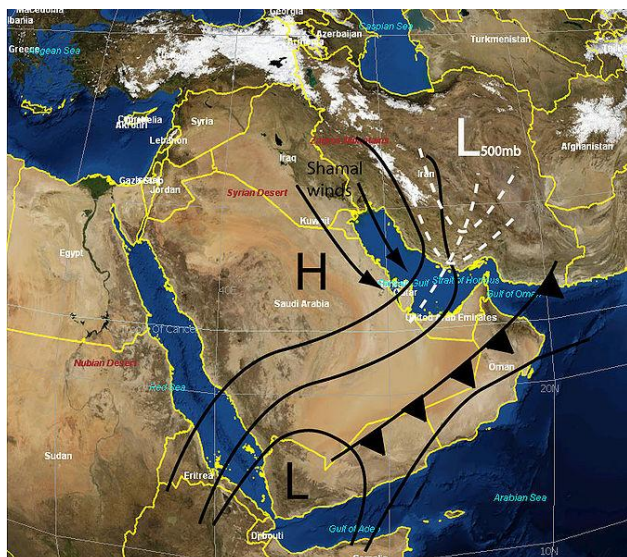
Διασταύρωση μονοϋβριδισμού.

Ο Mendel διασταύρωσε ψηλά και κοντά φυτά α. Στην F₁ όλα τα φυτά ήταν ψηλά, β. Διασταύρωση των φυτών της F₁ μεταξύ τους, έδωσε ψηλούς και κοντούς απογόνους σε αναλογία 3:1.

Τα Μαθηματικά στην υπηρεσία του καιρού... Μετεωρολογία

Τι είναι καιρός ;

- Καιρός είναι η κατάσταση της ατμόσφαιρας της γης σε συγκεκριμένο τόπο και χρόνο απο την άποψη της θερμοκρασίας, της πίεσης, της υγρασίας και του ανέμου .



Μετεωρολογικός χάρτης

Τι είναι μετεωρολογία;

- Η μετεωρολογία αποτελεί κλάδο των φυσικών επιστημών με κύριο αντικείμενο την έρευνα της ατμόσφαιρας στο σύνολο της και των φαινομένων που συμβαίνουν σε αυτήν .

Τι είναι πρόγνωση καιρού ;

- Με τον όρο πρόγνωση καιρού εννοούμε τη διαδικασία της πρόβλεψης της εξέλιξης μιας φυσικής κατάστασης της τροπόσφαιρας στο μέλλον.

Ποιά είναι η σχέση της μετεωρολογίας με τα μαθηματικά ;

- Τα μαθηματικά παίζουν μείζονα ρόλο στη μετεωρολογία και κυρίως στην διαδικασία πρόγνωσης .Αυτή γίνεται μέσω υπολογιστών μηχανών που τρέχουν συγκεκριμένα μαθηματικά μοντέλα. Με άλλα λόγια οι υπολογιστές λύνουν μια σειρά από πολύπλοκες εξισώσεις όπου τον ρόλο των διαφόρων παραμέτρων , παίζουν χαρακτηριστικά της ατμόσφαιρας (υγρασία, θερμότητα, ταχύτητα ανέμου κλπ).



Μαθηματικά και πρόβλεψη

Υπάρχει απεριόριστο ή περιορισμένου εύρους χρονικό διάστημα μέσα στο οποίο μπορεί να πραγματοποιηθεί η πρόγνωση ;

- Η πρόβλεψη του καιρού μπορεί να διαρκέσει 6-7 ημέρες .Μετά την 4η ημέρα ,η πρόβλεψη χαρακτηρίζεται μακροπρόθεσμη και αβέβαιη (ανά 6 ωρο)

Γιατί η πρόγνωση είναι αναγκαία στην ζωή μας ; και σε ποιούς τομείς ;

- Η πρόγνωση του καιρού είναι αναγκαία στους παρακάτω τομείς :

α)στον τουρισμό , β) στην γεωργία , γ)στην ναυτιλία, δ)στην κτηνοτροφία , ε) στην αεροπορία

Υπήρχε πρόγνωση στην αρχαία Ελλάδα ;

- Τον 5ο αιώνα π.Χ έλληνες φιλόσοφοι και αστρονόμοι άρχισαν να παρακολουθούν τα καιρικά φαινόμενα .Έκαναν στατιστική πρόγνωση με την σύνταξη ημερολογίων που είναι γνωστά ως παραπήγματα. Ο Αριστοτέλης ασχολήθηκε με τον καιρό και καθόρισε τον όρο "Μετεωρολογία" που σημαίνει 'λόγος περί ατμόσφαιρας'

Πως γίνεται η πρόγνωση καιρού ;

---->επιφάνεια : ανεμόμετρα , βαρόμετρα

- Μετεωρολογικά όργανα

----> ατμόσφαιρα : βολιδοαερόστατα ,δορυφόροι,πιραύλους

Η μετεωρολογία στην Αρχαία Ελλάδα

Η γη περιβάλλεται από ένα στρώμα αέρα το οποίο ονομάζεται ατμόσφαιρα, η οποία συμμετέχει στις κινήσεις της. Μέσα στην ατμόσφαιρα συμβαίνουν πολλά φυσικά φαινόμενα τα οποία ονομάζονται μετεωρολογικά φαινόμενα. Η ονομασία προήλθε από την αρχαία ελληνική λέξη «μετέωρα» που σημαίνει οτιδήποτε βρίσκεται στον ουρανό. Ο κλάδος της επιστήμης ο οποίος ασχολείται με τα φαινόμενα αυτά ονομάζεται Μετεωρολογία.



Από την πρώτη στιγμή που εμφανίστηκε ο άνθρωπος πάνω στη γη άρχισε να δέχεται στην καθημερινή του ζωή τις επιδράσεις των καιρικών φαινομένων. Μια ισχυρή καταιγίδα μπορούσε να προκαλέσει πλημμύρα, να καταστρέψει τη σοδειά ή να πνίξει ανθρώπους. Γι' αυτό και οι πρώτοι θεοί που λάτρευε ήταν θεοί που μπορούσαν να ελέγχουν τα βίαια καιρικά φαινόμενα.

Κατά την αρχαιότητα οι διάφοροι λαοί απέδιδαν τη δημιουργία των ατμοσφαιρικών-καιρικών φαινομένων στους θεούς. Η Ελληνική μυθολογία αποτελεί τον αδιάψευστο μάρτυρα σύμφωνα με τον οποίο στον Ελληνικό χώρο η δημιουργία τέτοιων φαινομένων αποδίδονταν στους θεούς, με κορυφαίο φυσικά το θεό Δία (Ζεύς). Αξιοσημείωτες από την αρχαία Ελληνική μυθολογία είναι οι εκφράσεις “Σημεία των Καιρών” και οι “Αλκωνίδες ημέρες”.

“Σημεία των καιρών” Η αρχή της φράσης αυτής όσο και η σημασία της βρίσκεται στις αρχαιότητες ‘διοσημίες’ (ή ‘διοσημείας’=Σημεία του Διός), δηλαδή φυσικά φαινόμενα που προκαλούσε ο Δίας.

“Αλκωνίδες ημέρες” Οι αίθριες ημέρες στα μέσα του χειμώνα καλούνται ‘Αλκωνίδες’, από το όνομα της ‘Αλκύνης’ κόρης του Αίολου που κυβερνούσε τους ανέμους. Σύμφωνα με το μύθο, κάποια φορά επειδή η Αλκύνη έπεσε σε σφάλμα, ο Δίας την τιμώρησε μεταμορφώνοντάς την σε πουλί, την ‘Αλκώνα’, και την καταδίκασε να γεννά τα αυγά της το χειμώνα αντί την άνοιξη. Επειδή όμως άφηνε τα αυγά της στους βράχους που βρίσκονταν κοντά στην θάλασσα, ή σε όχθες ποταμών και ο χειμωνιάτικος αέρας τα παρέσυρε στα κύματα παρακάλεσε τον Δία να την συγχωρέσει.

Αυτός τη λυπήθηκε, και διέταξε τότε τον Αίολο να σταματάει για 14 ημέρες περίπου την πνοή των δυνατών ανέμων και να διατηρεί καλοκαιρία κατά το χρονικό αυτό διάστημα. (Αριστοφάνης, "ὄρνιθες" στ.1594/ "Περὶ Ἀλκυονίδων"). Ἐτσι οι αρχαίοι Ἕλληνες εξηγούσαν την ὑπαρξη αυτών των ημερών του "καλοῦ/αἰθρίου καιροῦ" μέσα στον χειμώνα, τις οποίες ο Αριστοτέλης χαρακτήριζε και ως ημέρες "ευδίας".

Οι "Ἀλκυονίδες ημέρες" τοποθετούνται στο χρονικό διάστημα από την 15η Δεκ. ἔως και την 15η Φεβρουαρίου εκάστου ἔτους, με μεγαλύτερη συχνότητα το διάστημα 15-31 Δεκεμβρίου και 16-31 Ιανουαρίου. Τα δύο ανωτέρω παραδείγματα, αλλά και γενικότερα η προσεχτική παρατήρηση των φυσικῶν φαινομένων από τον λαό, διαμόρφωσε με την πάροδο του χρόνου σχετικές παροιμίες και παραδόσεις, πολλές εκ των οποίων διεσώθηκαν μέσω των αρχαίων κειμένων (π.χ ΗΣΙΟΔΟΣ/ "Ἔργα & Ημέραι").

Η ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

"Οι Ἕλληνες ἀπάλλαξαν τις Φυσικές Επιστήμες από το μυστήριο και τη μαγεία και καθιέρωσαν την λογικοκεντρική επιστήμη της φύσεως ὅπως την εννοούμε σήμερα". BERTHELOT

Οι αρχαίοι Ἕλληνες φιλόσοφοι, οι οποίοι στην ἔννοια της φιλοσοφίας περιελάμβαναν το σύνολο των ἀνθρώπινων γνώσεων, προχώρησαν σε μια λεπτομερέστερη θεώρηση των ατμοσφαιρικών-μετ/κῶν φαινομένων. Μελετώντας αυτά χωρίς θρησκευτικές προκαταλήψεις και μαγανείες, ἄρχισαν με την πάροδο του χρόνου να αποδίδουν τη γένεση αυτών σε φυσικά αίτια, ἐρχόμενοι ἔτσι σε ἀπευθείας ἀντίθεση με τη λαϊκή και θρησκευτική παράδοση. Η διαφορά αυτή των ἀντιλήψεων μεταξύ λαοῦ και φιλοσόφων, ἐμφανίζεται παραστατικά στην κωμωδία του Αριστοφάνους "Νεφέλες", στο διάλογο μεταξύ Στρεψιάδου και Σωκράτους.

Ο Στρεψιάδης ἀπηχεί τις λαϊκές δοξασίες, σύμφωνα με τις οποίες ο Ζεὺς προκαλεί τη βροχή, ο δε Σωκράτης, θερμὸς υποστηρικτῆς των φιλοσόφων, λέει στον Στρεψιάδη ὅτι η βροχή προκαλείται ἀπὸ τις νεφέλες (νέφη), και προσθέτει χαρακτηριστικά : "Εἶδες ποτέ βροχὴν χωρίς νεφέλας;" Οι χρόνοι του Σωκράτους, αποτελοῦν για την ἐπιστήμη της Μετεωρολογίας μια περίοδο δυσφήμισης ἀφοῦ ο λαὸς ἐγλεῦαζε τους ἀσχολούμενους περὶ τα "μετέωρα", και ἔτσι ἀντὶ της λέξεως "μετεωρολόγος", ἐδημιούργησαν τότε οι λέξεις "μετεωρολέσχης" και "μετεωροφέναξ". Θεωρεῖται δε πολὺ πιθανό ὅτι οι Νεφέλες του Αριστοφάνους γράστηκαν για να σατιρίσουν τους περὶ τα μετεωρολογικά φαινόμενα ἀσχολουμένους και μάλιστα και αὐτὸν ἀκόμα τον Σωκράτη.

Σε αὐτή την διαμάχη μεταξύ λαοῦ και φιλοσόφων, ὑπῆρξαν περιπτώσεις ὅπου ὁ λαὸς ἀντέδρασε ζωηρότατα κατὰ των φιλοσόφων των οποίων οι γνώμες ἦταν ἀντίθετες προς τις θρησκευτικές του πεποιθήσεις. Μια τέτοια περίπτωση σημεῖωνεται την ἐποχὴ του Περικλέους, ὅπου εἶχε ψηφισθεῖ νόμος με τον οποίον, ὅλοι ὅσοι δίδασκαν θέματα που ἀφορούσαν την Μετεωρολογία μὴνύονταν και καταδικάζονταν ἀφοῦ συνεπάγονταν ὅτι δεν πίστευαν στους θεοὺς. Με βάση τον νόμο αὐτό, δικάστηκε και ὁδηγήθηκε σε ἐξορία ο Ἀναξαγόρας γιατί υποστήριζε ὅτι τα μετέωρα δεν ἦταν θεϊκά ἀλλὰ φυσικά φαινόμενα.

Αλλά η αντίδραση αυτή ήταν πρόσκαιρη και μεμονωμένη, αφού σταδιακά και από τους χρόνους του διάσημου αστρονόμου Μέτωνος (5ος π.Χ. αιών), άρχισε να φαίνεται μία σοβαρή τάση για εκτέλεση συστηματικών μετεωρολογικών παρατηρήσεων, οι οποίες αποτέλεσαν ασφαλείς πληροφορίες για εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με τις κατά την εποχή εκείνη κλιματικές συνθήκες στην Ελλάδα.

Τις παρατηρήσεις τους αυτές, οι Αρχαίοι φιλόσοφοι τις εκτελούσαν, σύμφωνα με την μαρτυρία του Θεόφραστου και άλλων, σε διάφορες περιοχές της χώρας και σε ψηλά κατά προτίμηση σημεία έξω από τις πόλεις, καλούμενα παρατηρητήρια. Τα κυριώτερα μετεωρολογικά παρατηρητήρια ήσαν αυτό του όρους Λεπέτυμον στην Μήθυμα και αυτό του όρους Ίδη στην Τρωάδα, για τα οποία αναφέρει σχετικά ο Θεόφραστος.

Αντικειμενικός σκοπός των παρατηρήσεων, ήταν η σύνταξη των παραπηγμάτων. Το παράπηγμα ήταν ένα είδος αστρονομικού ημερολογίου χαραγμένου σε πέτρινες, ή ξύλινες πινακίδες που σημειώνονταν αστρονομικά και μετεωρολογικά φαινόμενα για όλες τις ημέρες του μήνα. Σύμφωνα με τον καθηγητή μετεωρολογίας Ηλία Μαριολόπουλο, πλάι στο κείμενο που έδινε την πρόγνωση του καιρού υπήρχε μια οπή που παρίστανε την αντίστοιχη ημέρα του μήνα. Για να σημειωθεί η προς μελέτη ημέρα, έβαζαν στην οπή έναν πάσσαλο. Σε αυτό ακριβώς οφείλεται και η ονομασία του ημερολογίου παράπηγμα (παραπήγνυμι=μπήγω στο πλάι). Μεταξύ αυτών οι οποίοι συνέταξαν τέτοιου είδους ημερολόγια ήσαν, εκτός του Μέτωνος, ο Δημόκριτος, ο Κόνων (στην Σάμο), ο Μητρόδωρος (στην Σικελία) και ο Εύδοξος ο Κνίδιος.

Αποσπάσματα παραπηγμάτων διεσώθησαν από τον Γέμινο στο σχετικό του σύγγραμμα Εισαγωγή στα Φαινόμενα όπου αναφέρει χαρακτηριστικά ότι οι προγνώσεις του καιρού δεν είναι αβάσιμες, αλλά ακριβή κλιματολογικά συμπεράσματα προερχόμενα από συστηματικές και πολυετείς μετεωρολογικές παρατηρήσεις εκτελούμενες από ειδικούς παρατηρητές. Επίσης σημαντικό σύγγραμμα αποτελεί το Διοσημεία ή Φαινόμενα του Αράτου του Σολέως με ανάλογο περιεχόμενο. Εκτός όμως από τις παρατηρήσεις καιρού που αναφέρονταν στα παραπήγματα, γίνονταν και πολλές άλλες με σκοπό την μελέτη του καιρού σε συνδυασμό με την Υγιεινή και την Γεωργία.

Θεωρία παιγνίων

Στην κλασική θεωρία παιγνίων έχουμε ένα σύνολο παικτών, ένα σύνολο στρατηγικών, που υπαγορεύει τη δράση την οποία πρέπει να ακολουθήσει κάθε παίκτης και μια «συνάρτηση ανταπόδοσης» για κάθε επιλογή στρατηγικής.

Η ανταπόδοση παριστάνεται με μια αριθμητική τιμή.

Σκοπός ενός παίκτη είναι βέβαια να βελτιστοποιήσει την ανταπόδοση γι' αυτόν.

Επειδή όμως και οποιοσδήποτε άλλος προσπαθεί να πετύχει τον ίδιο στόχο, το ερώτημα είναι πώς θα πρέπει να ενεργήσει κάθε παίκτης.

Ένα μέγεθος που θα προσδιόριζε τον σκοπό ενός παίκτη είναι η λεγόμενη «ισορροπία Nash», μια έννοια που οφείλεται στον νομπελίστα μαθηματικό και οικονομολόγο **John Nash**, η τυραννισμένη ζωή του οποίου αποτέλεσε το θέμα της γνωστής ταινίας «Ένας υπέροχος άνθρωπος».

Ο John Nash έδειξε ότι σε κάθε στατικό παιχνίδι με ένα πεπερασμένο σύνολο στρατηγικών υπάρχει τουλάχιστον μία κατάσταση ισορροπίας, που αντιστοιχεί σε επιλογές στρατηγικής οι οποίες παρέχουν τη βέλτιστη ανταπόδοση και για τους δύο παίκτες: κανένας παίκτης δεν μπορεί να πετύχει κάτι καλύτερο αλλάζοντας τη στρατηγική του, τη στιγμή που η στρατηγική του άλλου παραμένει αμετάβλητη.

Η εργασία του Nash δεν δείχνει ωστόσο το πώς μπορεί κανείς να υπολογίσει μια τέτοια ισορροπία ούτε πόσες από αυτές υπάρχουν.

Στην πραγματικότητα, ακόμη και απλά παιχνίδια έχουν μια πλειάδα ισορροπιών Nash και δεν υπάρχει τρόπος να ξεχωρίσει κανείς κάποια ιδιαίτερη.

Μάλιστα, εκτός από το γεγονός ότι, αν και οι δύο παίκτες αποφασίσουν να μεγιστοποιήσουν την ανταπόδοσή τους, υπάρχει περίπτωση να καταλήξουν στο χειρότερο δυνατό αποτέλεσμα και για τους δύο, το πρόσθετο πρόβλημα είναι πως, ακόμη και αν διαλέξουν μια στρατηγική που αντιστοιχεί σε μια ισορροπία Nash, το αποτέλεσμα μπορεί να είναι να απεμπολήσουν μια ευνοϊκότερη ανταπόδοση.

Αυτό φαίνεται στο φημισμένο **«δίλημμα του κρατούμενου»**.

Ας υποθέσουμε ότι δύο άνθρωποι έχουν συλληφθεί ως ύποπτοι για κάποια παράβαση που έκαναν από κοινού.

Οι δύο ύποπτοι κρατούνται σε διαφορετικά δωμάτια για ανάκριση, χωρίς να είναι σε θέση να επικοινωνούν μεταξύ τους.

Αν ο ένας εξ αυτών ομολογήσει, ενώ ο άλλος κρατήσει το στόμα του κλειστό, τότε αυτός που ομολόγησε θα αφεθεί ελεύθερος, ενώ ο άλλος που κράτησε το στόμα του κλειστό θα καταδικαστεί σε φυλάκιση τριών χρόνων.

Αν και οι δύο ομολογήσουν (προδίδοντας έτσι ο ένας τον άλλον), τότε θα καταδικαστούν σε φυλάκιση δύο χρόνων ο καθένας.

Αν, τέλος, και οι δύο κρατήσουν το στόμα τους κλειστό (ουσιαστικά συνεργαζόμενοι), τότε θα καταδικαστούν σε φυλάκιση ενός χρόνου ο καθένας.

Η ισορροπία Nash υπάρχει όταν και οι δύο ύποπτοι ομολογούν, αν και η περίπτωση που συνεργάζονται κρατώντας το στόμα τους κλειστό έχει καλύτερη ανταπόδοση για τον καθέναν τους.

* Η εφαρμογή στη βιολογία

Επανερχόμενοι τώρα στο αρχικό ερώτημα, θα πρέπει πρώτα να σταθούμε στην **εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων στη βιολογία**, δηλαδή στην εφαρμογή της «καλύτερης στρατηγικής» στον (συν)ανταγωνισμό ή στη συνεργασία μεταξύ παικτών σε επίπεδο ειδών ή μεμονωμένων ζώων.

Αυτό έχει γίνει στις περιπτώσεις εκείνες όπου είναι δύσκολο να προβλέψει κανείς τα αποτελέσματα της φυσικής επιλογής, επειδή το καλύτερο που μπορεί να γίνει εξαρτάται από το τι κάνουν τα άλλα μέλη ενός πληθυσμού.

Οι τεχνικές της θεωρίας παιγνίων χρησιμοποιήθηκαν πράγματι σε απλά μοντέλα «εξελικτικών παιχνιδιών» για να προσφέρουν μια εξήγηση για την εξέλιξη ορισμένων χαρακτηριστικών.

Έτσι ο βρετανός βιολόγος **John Maynard Smith** διατύπωσε μια εξελικτική θεωρία παιγνίων, καταλήγοντας στην έννοια της «εξελικτικά ευσταθούς στρατηγικής» που, αν όλα σχεδόν τα μέλη ενός πληθυσμού υιοθετήσουν, καμία άλλη μεταλλαγμένη στρατηγική δεν μπορεί να αποδώσει καλύτερα έναντί της και να «απειλήσει» τον πληθυσμό.

Από την άλλη μεριά, κάποιοι είχαν ήδη υποθέσει ότι πιθανόν δεν χρειάζεται ένα τέλεια ορθολογικό on για να αναγνωρίσει την καλύτερη στρατηγική και προσπάθησαν να εφαρμόσουν τη θεωρία σε μοντέλα θεμελιωδών μικροβιολογικών δομών. Το ενδιαφέρον είναι ότι ανακαλύφθηκε πως μικροσκοπικά μόρια RNA μπορεί πράγματι να εμπλακούν σε απλά παιχνίδια δύο παικτών.

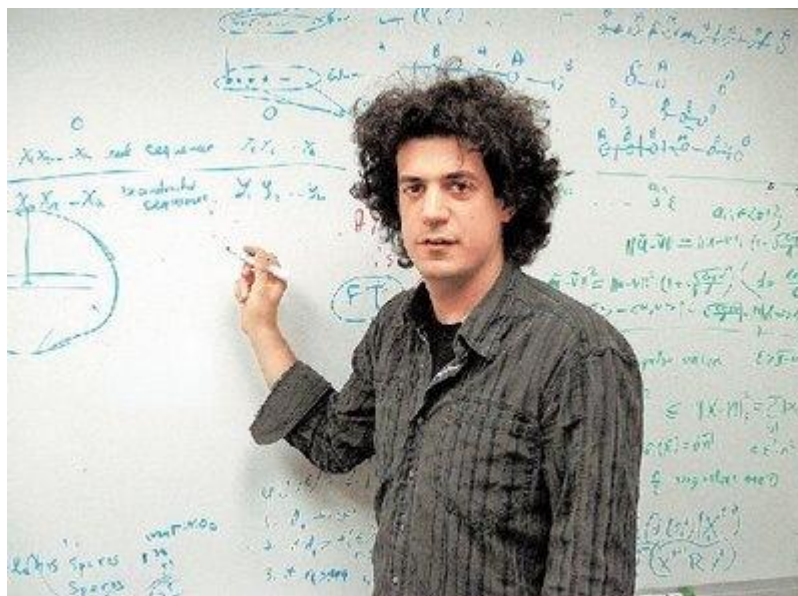
Αυτό, μεταξύ άλλων, παρακίνησε να εξεταστεί αν υπάρχει κάποια σύνδεση ανάμεσα στη θεωρία παιγνίων και το πιο θεμελιώδες επίπεδο βασικής επιστήμης, την κβαντική φυσική.

Παραδείγματος χάριν, αν ερμηνεύσουμε τις ανταποδόσεις ως ενεργειακά κέρδη, είναι δυνατόν να απεικονίσουμε το δίλημμα του κρατούμενου με όρους ενός απλού φυσικού μοντέλου δύο ηλεκτρονίων στις ηλεκτρονικές στοιβάδες ενός ατόμου.

Δασκαλάκης και... Θεωρία παιγνίων

Ο **Κωνσταντίνος (Κωστής) Δασκαλάκης** (γεν. 1981) είναι επίκουρος καθηγητής του Τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Πληροφορικής του Μ.Ι.Τ. Ο Κωνσταντίνος Δασκαλάκης μεγάλωσε στην Αθήνα, έχει, όμως, κρητικές ρίζες, καθώς ο πατέρας του είναι από τις Βουκολιές Χανίων, ενώ η μητέρα του από την Ιεράπετρα. Είναι απόφοιτος του Τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου με μεταπτυχιακές και διδακτορικές σπουδές στο Πανεπιστήμιο του Μπέρκλεϋ.

Έγινε ευρύτερα γνωστός όταν κατάφερε να λύσει τον γρίφο του Τζων Φορμς Νας που απασχολούσε τους επιστήμονες της πληροφορικής για 60 χρόνια. Η Ισορροπία Nash εισήχθη από τον Τζων Φορμς Νας το 1951, ο οποίος χρησιμοποιώντας το τοπολογικό θεώρημα του Brouwer (1912) για τις υπερσφαίρες και το λήμμα του Sperner, απέδειξε ότι κάτω από πολύ γενικές συνθήκες πάντα υπάρχει ένα τέτοιο σημείο



Κωνσταντίνος Δασκαλάκης

ισορροπίας, και για την συνεισφορά αυτή ο Νας τιμήθηκε το 1994 με το βραβείο Νόμπελ για τις οικονομικές επιστήμες. Με απλά λόγια ο Νας, στο πεδίο της θεωρίας των παιγνίων, είχε δημιουργήσει ένα απλοποιημένο σύστημα των σχέσεων και των ενεργειών κάποιων ανθρώπων που βρίσκονταν σε καταστάσεις με διαφορετικά συμφέροντα, όπως το να είναι αντίπαλοι σε ένα παιχνίδι.

Ισχυρίστηκε ότι σε κάθε αγορά, ακόμη και όταν υπάρχουν αντικρουόμενα συμφέροντα, υπάρχει τρόπος να βρεθεί η ισορροπία. Ο Δασκαλάκης, όμως, απέδειξε ότι οι μέχρι τότε προσπάθειες στρέφονταν προς λάθος κατεύθυνση. Έδειξε δηλαδή ότι η ισορροπία αυτή, σε ορισμένες περιπτώσεις, είναι υπολογιστικά αδύνατη, δηλαδή ότι δεν υπάρχει τρόπος για να προβληθεί η ισορροπία. Για αυτή του την απόδειξη βραβεύθηκε από τον διεθνή οργανισμό ACM Association for Computing Machinery το 2008.

The Monty Hall problem

Ο **Monty Hall** είναι Καναδός τηλεπαρουσιαστής, που παρουσίαζε το περιφημο τηλεπαιχνίδι Let's make a deal στο ABC από το 1963 μέχρι το 1977 και σε μερικές ακόμα μεμονωμένες σειζόν μέχρι και το 1991.



Monty Hall

Όμως αν κάποιος «χτυπήσει» στο google το όνομα Monty Hall δεν θα έχει αποτέλεσμα τον παρουσιαστή αλλά ένα από τα μεγαλύτερα παράδοξα της επιστήμης των Πιθανοτήτων.

Όλα ξεκίνησαν όταν το 1975 ο Steve Selvin έστειλε ένα γράμμα στο περιοδικό *American Statistician*, δημοσιεύοντας ένα πρόβλημα βασισμένο στο συγκεκριμένο τηλεπαιχνίδι, το οποίο αργότερα ονόμασε **Monty Hall problem**, .Το **Monty Hall problem** έχει ως εξής:



Πίσω από τρεις κουρτίνες τοποθετούνται ένα αυτοκίνητο και δύο κατσίκες. Ο παρουσιαστής γνωρίζει ποια κουρτίνα κρύβει το αυτοκίνητο. Ο παίκτης καλείται να επιλέξει μια κουρτίνα, π.χ. την Α. Στη συνέχεια ο παρουσιαστής ανοίγει μία από τις άλλες κουρτίνες που κρύβει πίσω της μία κατσίκα. Ας πούμε ότι ανοίγει τη Β. Δίνεται τώρα στον παίκτη η δυνατότητα είτε να επιμείνει στην αρχική επιλογή του(κουρτίνα Α) είτε να αλλάξει και να ανοίξει την κουρτίνα Γ. Τι έχει συμφέρον να κάνει ο παίκτης;

Η πρώτη απάντηση που έρχεται στο μυαλό των περισσότερων είναι ότι αφού έχει ήδη ανοίξει μία κουρτίνα που έκρυβε κατσίκα και έχουν απομείνει μία κουρτίνα με κατσίκα και μία με το αυτοκίνητο, οι πιθανότητες είναι πια 50-50 και καμιά από τις δυνατές επιλογές του παίκτη δεν είναι ευνοϊκότερη από την άλλη. Εικασία η οποία αποδεικνύεται λάθος!

Για να κατανοήσουμε το γιατί πρέπει να σκεφτούμε ποιες είναι δυνατές στρατηγικές που θα ακολουθήσει ο παίκτης όταν μπει στο στούντιο: Υπάρχουν δύο επιλογές :

1η Ο παίκτης επιλέγει μία κουρτίνα π.χ. την Α) και εμμένει σε αυτήν μέχρι το τέλος, ό,τι και αν του πει ο παρουσιαστής. Αφού υπάρχουν τρεις κουρτίνες και ένα αυτοκίνητο, η πιθανότητα νίκης με αυτή τη στρατηγική είναι $1/3$.

2η Ο παίκτης επιλέγει αρχικά μία κουρτίνα (π.χ. την Α) και μόλις ο παρουσιαστής ανοίξει μία άλλη κουρτίνα (π.χ. τη Β) και αποκαλύψει μία κατσίκα, αλλάζει και επιλέγει την κουρτίνα Γ που έχει απομείνει.

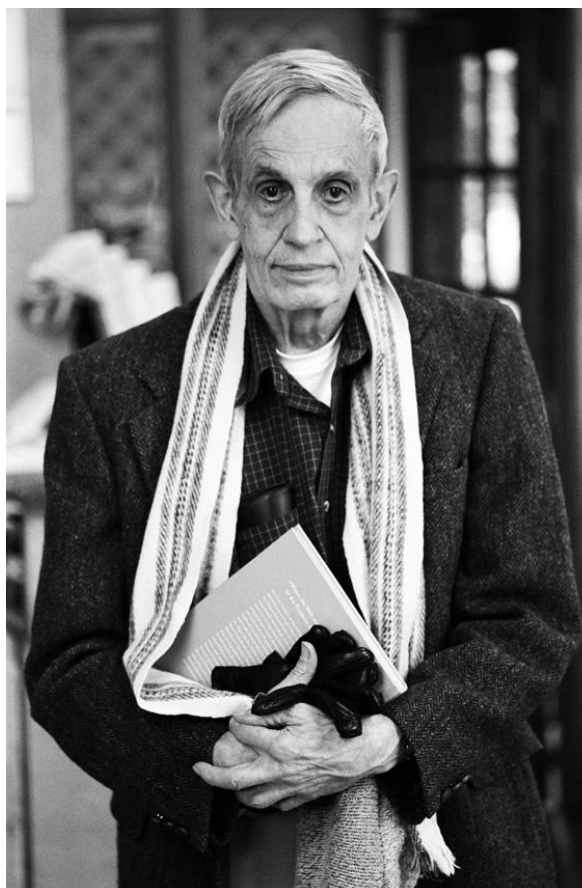
Με αυτή τη στρατηγική, ο παίκτης για να έχει καλύτερη πιθανότητα να κερδίσει οφείλει να αλλάξει τη αρχική του επιλογή. Ο παρουσιαστής θα ανοίγει σε κάθε περίπτωση την άλλη κουρτίνα με την κατσίκα και αλλάζοντας ο παίκτης διεκδικεί με πιο ευνοϊκούς όρους το αυτοκίνητο. Έτσι η πιθανότητα νίκης του με αυτή τη δεύτερη στρατηγική είναι $2/3$.

Είναι γεγονός ότι μαθηματικοί μεγάλου βεληνεκούς, δεν βρίσκουν τη σωστή απάντηση. Είναι πολύ γνωστή η διένεξη της Μεριλιν Φος Σαβαντ του ανθρώπου εν ζωή με το μεγαλύτερο IQ (228 μονάδες) με πολλούς μαθηματικούς. Η Μεριλιν Φος Σαβαντ έγραφε μια δημοφιλή στήλη στο περιοδικό *parade* η οποία τιτλοφορούνταν «ρώτα την Μεριλιν». Το 1990 όταν ρωτήθηκε για το παράδοξο του Monty Hall από αναγνώστη του περιοδικού υποστήριξε ότι να βελτιωθούν οι πιθανότητες πρέπει ο διαγωνιζόμενος οπωσδήποτε να αλλάξει κουρτίνα. Το αποτέλεσμα ήταν απρόσμενο 10000 αναγνώστες από τους οποίους οι 1000 είχαν τριτοβάθμια εκπαίδευση έστειλαν διαμαρτυρία στο περιοδικό ότι η λύση ήταν λανθασμένη. Η Μεριλιν Φος Σαβαντ τελικά δικαιώθηκε. Η απάντηση της επαληθεύτηκε πειραματικά με την μέθοδο Montecarlo. Οι στατιστικές δείχνουν ότι μόλις το 13% των ανθρώπων απαντάει σωστά στην παραπάνω ερώτηση.

Ποιοι είναι οι πιο σημαντικοί ερευνητές παιγνίων;

Στους θεμελιωτές ανήκουν

- ο Τζων Φορμπς Νας (*John Forbes Nash*) (η ζωή του έγινε θέμα της ταινίας "ένας υπέροχος άνθρωπος"), ο οποίος γενίκευσε το πρόβλημα σε παιχνίδια μη μηδενικού αθροίσματος και πρόσφερε σαν λύση την ισορροπία Νας (*Nash Equilibrium*)



John Forbes Nash

- ο Ράινχαρντ Ζέλτεν (*Reinhard Selten*) άνοιξε το δρόμο για ικανοποιητική λύση του προβλήματος σε δυναμικά παιχνίδια με την έννοια της ισορροπίας στα υποπαιχνίδια (*Subgame Perfect Nash Equilibrium*) και της ισορροπίας τρεμάμενου χεριού (*trembling hand perfect equilibrium*)



Reinhard Selten

- ο Τζων Χαρσάνυι (*John Harsanyi*) ασχολήθηκε με παιχνίδια υπό μερική πληροφόρηση (*Incomplete Information*).

Το 2005 οι θεωρητικοί παιγνίων Τόμας Σέλλινγκ (*Thomas Schelling*) και Ρόμπερτ Άουμαν (*Robert Aumann*) κέρδισαν το Βραβείο Νομπέλ για τις Οικονομικές Επιστήμες.



John Harsanyi

Ερωτηματολόγιο

Στα πλαίσια της ερευνητικής εργασίας της Α' Λυκείου " ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΕΨΗ " οι μαθητές κλήθηκαν να απαντήσουν σε ένα ερωτηματολόγιο με θέμα τα μαθηματικά. Συνολικά ρωτήθηκαν 110 μαθητές, από τους

Αγόρι Κορίτσι

1. Τα μαθηματικά με ενδιαφέρουν:

καθόλου λίγο αρκετά πολύ

2. Τα μαθηματικά με δυσκολεύουν:

καθόλου λίγο αρκετά πολύ

3. Τα μαθηματικά με αγχώνουν:

καθόλου λίγο αρκετά πολύ

4. Πόσο χρόνο αφιερώνω(καθημερινά) στο μάθημα των μαθηματικών;

λιγότερο από μια ώρα περισσότερο από μια ώρα

5. Τα μαθηματικά:

με μαθαίνουν να σκέφτομαι

είναι υποχρεωτικά και τα χρειάζομαι

μου αρέσουν και συνειδητοποιώ την χρησιμότητά τους

δεν κατάλαβα ποτέ γιατί να μου αρέσουν εφόσον δεν τα χρειάζομαι

6. Με ενδιαφέρει περισσότερο ο κλάδος:

της γεωμετρίας της άλγεβρας τίποτα από τα προηγούμενα

7. Τα μαθηματικά θα ήταν καλύτερα αν:

ήταν μάθημα επιλογής και δεν βαθμολογούνταν

δινόταν έμφαση στην κατανόηση τους και όχι στο “τρέξιμο” για να βγει η ύλη

παραμείνουν όπως έχουν χωρίς κάποια αλλαγή

με έκαναν να καταλάβω την πρακτική τους εφαρμογή

8. Πιστεύω πως τα μαθηματικά έχουν εφαρμογή στην καθημερινή μας ζωή;

ναι όχι δεν ξέρω

9. Είναι τα μαθηματικά, επιστήμη που αναπτύσσεται συνεχώς;

ναι όχι δεν ξέρω

10. Πιστεύω πως τα μαθηματικά μπορούν να προβλέψουν το μέλλον;

ναι όχι δεν ξέρω

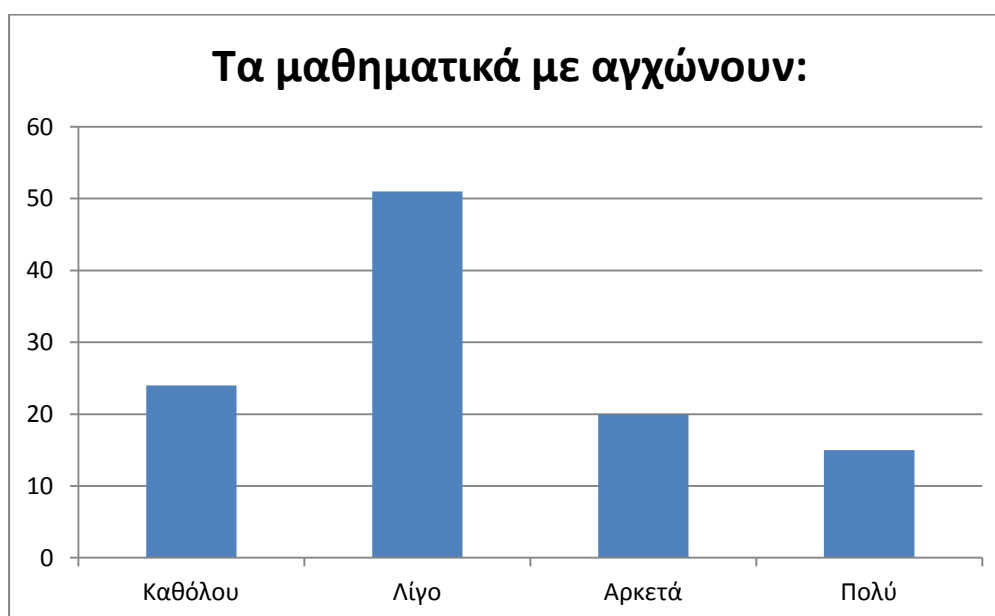
Τα αποτελέσματα της έρευνας μας



Στην πρώτη ερώτηση “ Τα μαθηματικά με ενδιαφέρουν” : Παραπάνω από το 60% απάντησε αρκετά έως πολύ, και μόλις το 11% απάντησε καθόλου. Το συμπέρασμα στην πρώτη ερώτηση είναι ενθαρρυντικό για τα μαθηματικά, διότι η πλειοψηφία δείχνει κάποιο ενδιαφέρον για το μάθημα των μαθηματικών.

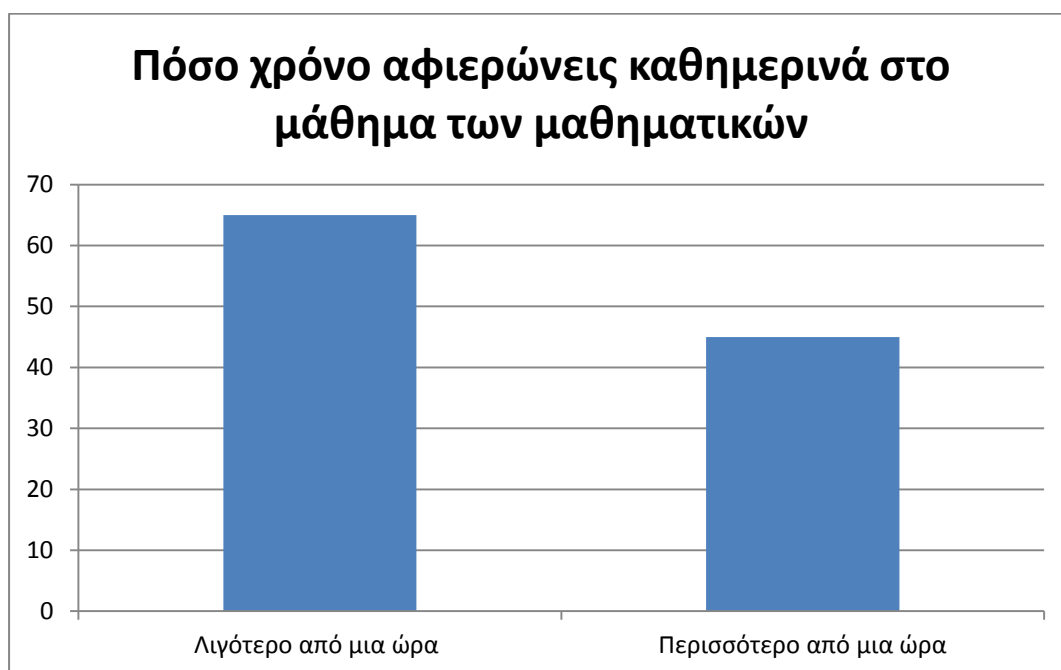


Στην δεύτερη ερώτηση “ Τα μαθηματικά με δυσκολεύουν” : Διακρίνουμε ότι ένα μεγάλο ποσοστό γύρω στο 46% απάντησαν ότι τους δυσκολεύουν λίγο, και μόλις το 12% δήλωσε ότι δεν τους δυσκολεύουν καθόλου. Από αυτή την ερώτηση συμπεραίνουμε ότι τα μαθηματικά δεν είναι μάθημα που δυσκολεύουν αρκετά τα παιδιά, γι’ αυτό έχουμε και τέτοιο ποσοστό.

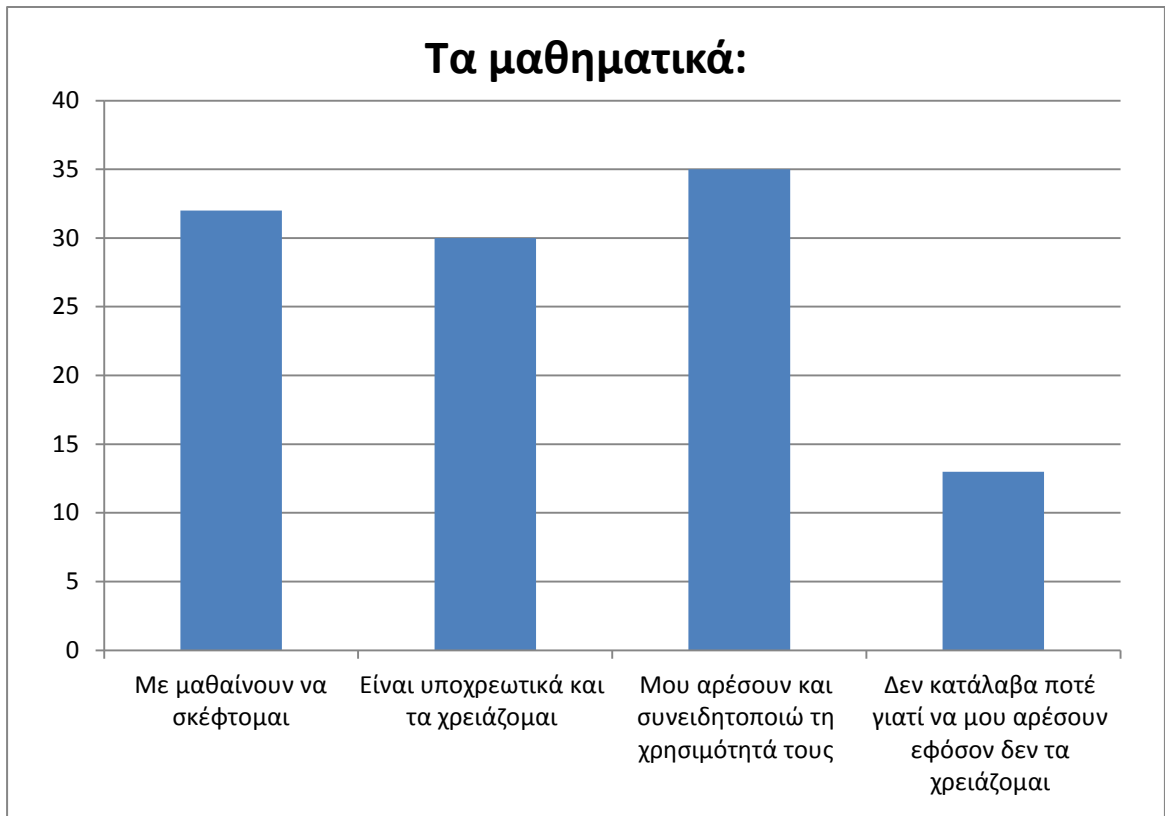


Μαθηματικά και πρόβλεψη

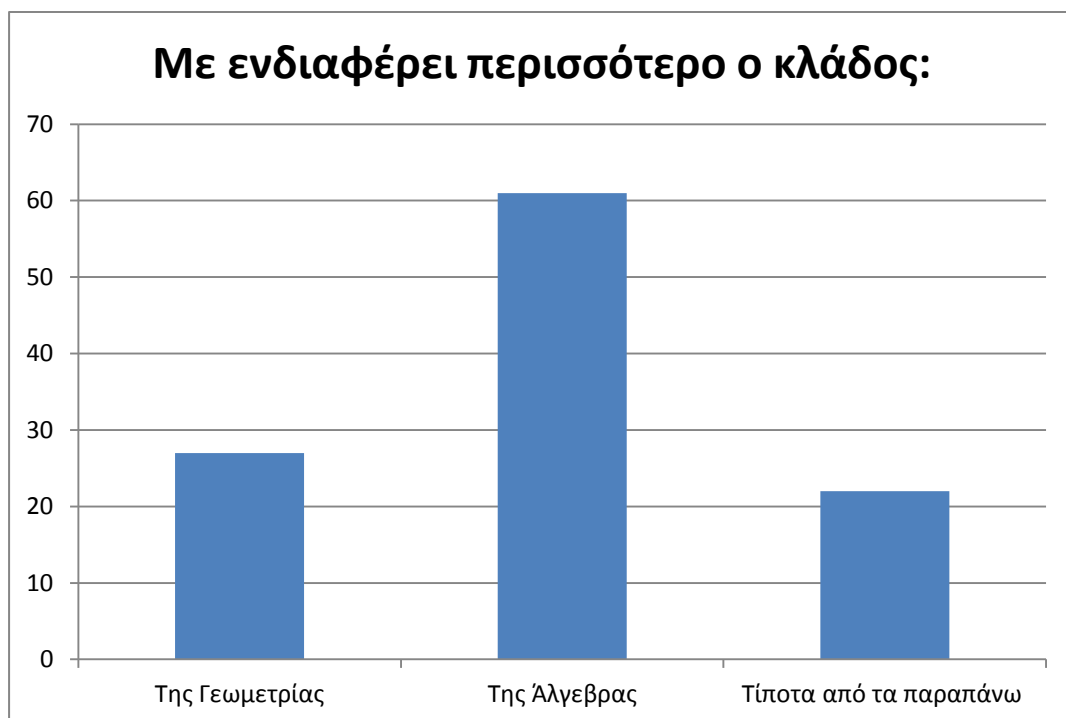
Στην τρίτη ερώτηση “ Τα μαθηματικά με αγχώνουν” : Ένα εξίσου υψηλό ποσοστό γύρω στο 46% απάντησε λίγο και περίπου το 14% απάντησε πολύ. Από αυτή την ερώτηση μπορεί κανείς να συμπεράνει ότι τα μαθηματικά μάλλον αποτελούν φορέα άγχους για τα παιδιά, εάν και αυτό δεν είναι απόλυτο.



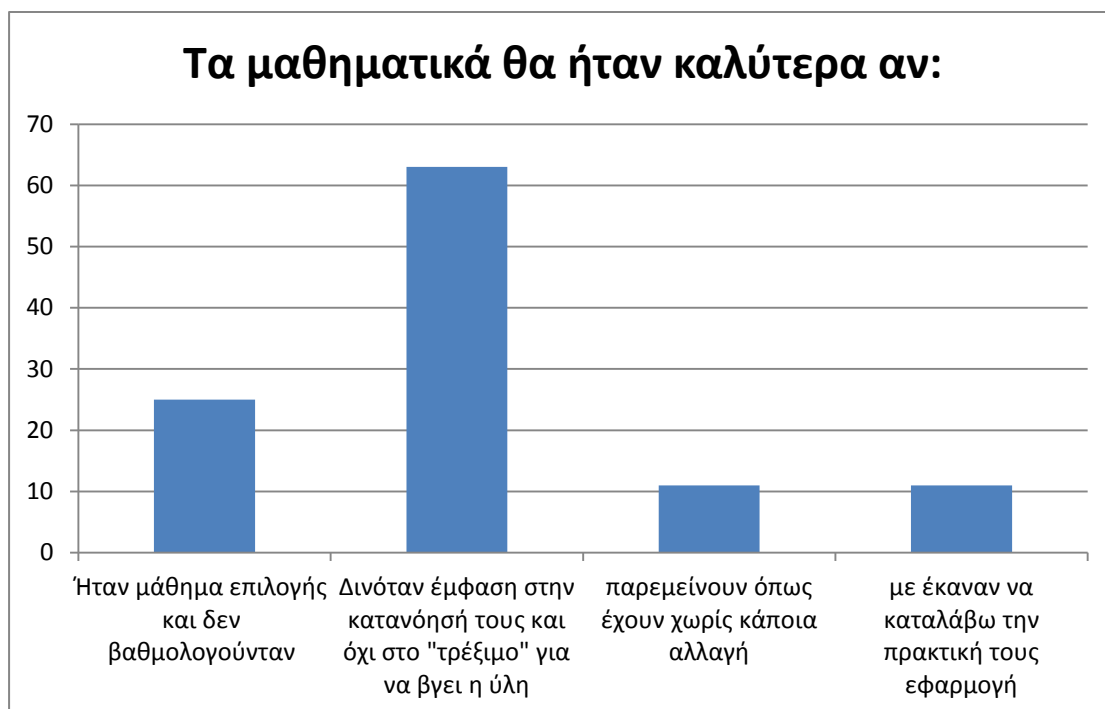
Στην τέταρτη ερώτηση “Πόσο χρόνο αφιερώνω (καθημερινά) στο μάθημα των μαθηματικών” : Το 59% απάντησε λιγότερο από μια ώρα, ενώ το 41% περισσότερο από μια ώρα. Από αυτή την ερώτηση καταλαβαίνουμε ότι τα παιδιά αφιερώνουν λίγο χρόνο στα μαθηματικά. Το καλό είναι ότι φαίνεται να μην τους επηρεάζει το άγχος, το οποίο έχουν για το μάθημα των μαθηματικών.



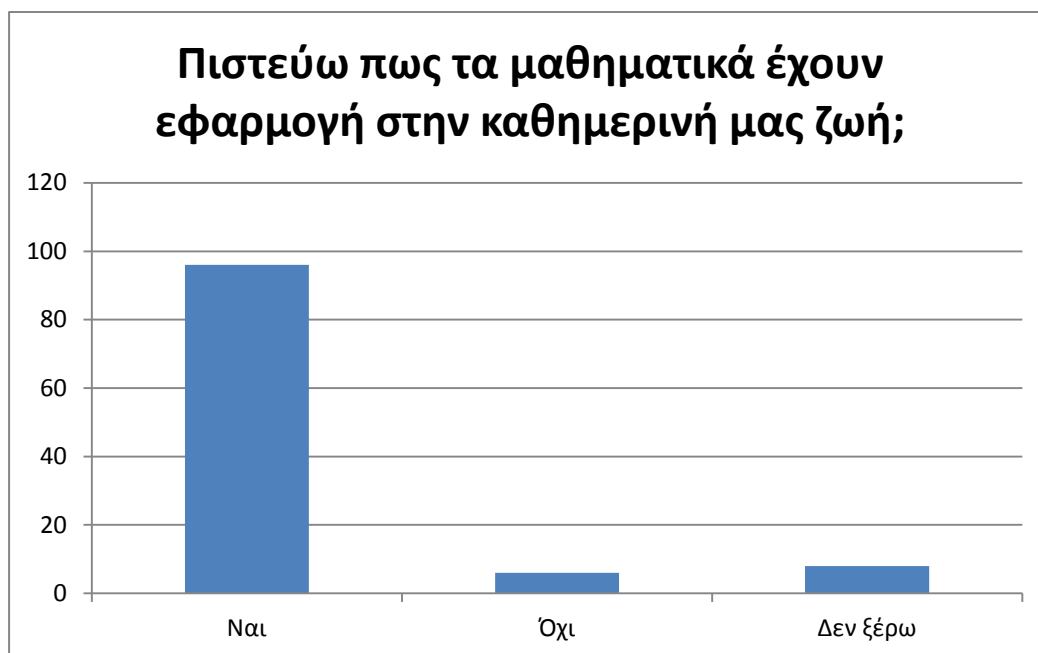
Στην πέμπτη ερώτηση η πλειοψηφία (32%) απάντησε ότι τους αρέσουν τα μαθηματικά και συνειδητοποιούν την χρησιμότητά τους, ενώ σε αντιδιαστολή το 12% απάντησε ότι δεν κατάλαβαν ποτέ γιατί πρέπει να τους αρέσουν, εφόσον δεν τα χρειάζονται. Από αυτή την ερώτηση διαπιστώνουμε ότι τα παιδιά έχουν κριτήρια και μπορούν να αντιληφθούν τη χρησιμότητα ενός μαθήματος



Στην έκτη ερώτηση “ Με ενδιαφέρει περισσότερο ο κλάδος ” : Το 55,5% των μαθητών απάντησαν ότι προτιμούν την άλγεβρα, το 24,5% τη γεωμετρία ενώ το 20% κανένα από τα δύο. Σε αυτή την ερώτηση αντιλαμβανόμαστε ότι η πλειοψηφία προτιμάει την άλγεβρα. Ίσως την βρίσκουν πιο εύκολη, καθώς στηρίζεται στην πράξη και όχι στην σκέψη. Γι’ αυτό το λόγο έχουμε μεγάλη διαφορά ανάμεσα στα ποσοστά.



Στην έβδομη ερώτηση “ Τα μαθηματικά θα ήταν καλύτερα αν” : Ένα μεγάλο ποσοστό 57% απάντησε ότι τα μαθηματικά θα ήταν καλύτερα αν δινόταν έμφαση στην κατανόησή τους και όχι στο τρέξιμο για να βγει η ύλη, αντίθετα το 10% πιστεύουν ότι πρέπει αν παραμείνουν όπως έχουν χωρίς κάποια αλλαγή. Επίσης το 10% πιστεύει ότι τα μαθηματικά θα ήταν καλύτερα αν έκαναν τον μαθητή να καταλάβει την πρακτική τους εφαρμογή. Από αυτή την ερώτηση καταλαβαίνουμε ότι τα παιδιά δυσκολεύονται, καθώς δεν προλαβαίνουν να τα αφομοιώσουν λόγω της υπερβολικής ύλης.



Στην όγδοη ερώτηση “ Πιστεύω πως τα μαθηματικά έχουν εφαρμογή στην καθημερινή μας ζωή; ” : Ένα μεγάλο ποσοστό 87% απάντησε ναι και μόνο το 6% απάντησε όχι. Είναι γεγονός ότι ένα τόσο υψηλό ποσοστό απάντησε ναι και αυτό ενισχύει τα μαθηματικά, καθώς αποδεικνύει ότι είναι ένας τομέας με πρακτική εφαρμογή, που εμπλέκεται στην καθημερινότητα των ανθρώπων και δεν είναι κάτι αόριστο χωρίς ιδιαίτερη χρήση



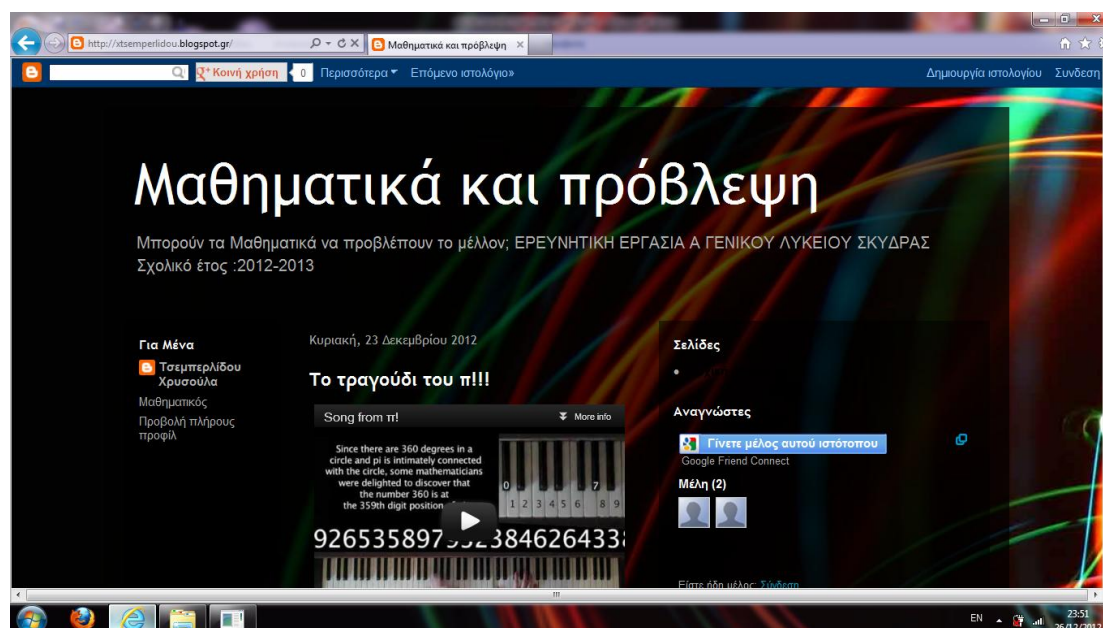
Στην ένατη ερώτηση “ Είναι τα μαθηματικά, επιστήμη που αναπτύσσεται συνεχώς; ”: Η πλειοψηφία το 70% πιστεύει ότι ναι είναι επιστήμη που

αναπτύσσεται συνεχώς, και μόλις το 7% πιστεύει το αντίθετο. Αυτό το υψηλό ποσοστό έχει σκοπό να δείξει ότι τα μαθηματικά δεν είναι ένας στάσιμος κλάδος, αλλά συνεχίζει και αναπτύσσεται ακόμη περισσότερο, με αποτέλεσμα να γίνεται πιο πλούσιος και ζωντανός τομέας. Έτσι τα μαθηματικά δεν χάνουν ποτέ το ενδιαφέρον τους, γιατί πολύ απλά κανείς δεν μπορεί να τα ξέρει όλα.



Στην δέκατη και τελευταία ερώτηση “ Πιστεύω πως τα μαθηματικά μπορούν να προβλέψουν το μέλλον; ” : Το 48% απάντησε ναι σε αυτή την ερώτηση και μόλις το 16% απάντησε όχι. Αυτό σημαίνει ότι τα παιδιά εμπιστεύονται τα μαθηματικά και την πρακτική τους εφαρμογή και ακόμη περισσότερο στηρίζονται σε αυτά.

Δημιουργία ιστολογίου (blog)



Συμπεράσματα

Ύστερα από τη μελέτη των ερωτηματολογίων οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι τα παιδιά συμπαθούν τα μαθηματικά γενικότερα. Στηρίζονται σε αυτά και συνειδητοποιούν την πρακτική τους εφαρμογή στο παρόν αλλά και στο μέλλον. Ειδικότερα τα μαθηματικά δυσκολεύουν αλλά και αγχώνουν τα παιδιά. Παρ' όλα αυτά όμως πιστεύουν ότι είναι μια πλούσια επιστήμη που συνεχίζει να αναπτύσσεται και να εξελίσσεται με ραγδαία ταχύτητα, κάτι πολύ σημαντικό όχι μόνο για την ίδια την επιστήμη αλλά και για τον άνθρωπο, ο οποίος βοηθιέται και επηρεάζεται από αυτήν.

Συγκεκριμένα για τα παιδιά αυτής της ερευνητικής εργασίας τα αποτελέσματα αυτά επιβεβαιώνουν την επιλογή τους. Ο αρχικός προβληματισμός με τον οποίο ξεκινήσαμε (Μπορούν τα μαθηματικά να προβλέψουν το μέλλον;) μας έδειξε μια άλλη οπτική γωνία του κλάδου των μαθηματικών. Τελικά καταφέραμε να συνειδητοποιήσουμε το μεγαλείο των μαθηματικών και να βγούμε κερδισμένοι από τη συμμετοχή μας στο πλαίσιο της ερευνητικής εργασίας.

Τελικά, το μέλλον δεν προβλέπεται με απόλυτη ακρίβεια. Μπορούμε όμως περίπου να προβλέψουμε το μέλλον κατά προσέγγιση.

Αυτό το «περίπου» είναι αρκετά «περίπου» ώστε να μπορούμε να στηριχθούμε πάνω του.

ΠΗΓΕΣ

Βιβλίο Άλγεβρας Α' Λυκείου Σελ. 19

Wikipedia

el.wikipedia.org/wiki/Πιέρ_ντε_Φερμά

el.wikipedia.org/wiki/Μπλεζ_Πασκάλ

Βιβλίο βιολογίας Γ' Γυμνασίου, Κεφάλαιο 5.5, Σελ. 110, "Ο Μέντελ και τα μοσχομπίζελα" .

el.wikipedia.org/wiki/θεωρία_παιγνίων

<http://mathmagic.blogspot.gr/2010/11/monty-hall-problem.html#more>

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ:

Εγκυκλοπαίδεια ΦΑΡΟΣ (Τόμοι 4,9,11)

Γενική παγκόσμια εγκυκλοπαίδεια

Εγκυκλοπαίδεια ΔΟΜΗ (Τόμος 5)

Βιβλίο Βιολογίας Γ' Γυμνασίου- Λυκείου (Κεφάλαιο 5)

Εικόνες από διαδίκτυο